



Operazione finanziata nell'ambito del Fondo Sociale Europeo (FSE) e sostenuta nell'ambito dell' Iniziativa per l'occupazione giovanile (IOG).

MODULO FORMATIVO: MATEMATICA

Titolo dispensa: Minimo Comune multiplo

DOCENTE: MICELI GIOVANNI



Minimo Comune multiplo

Il minimo comune multiplo (si scrive anche mcm) è il più piccolo numero che sia divisibile per tutti i numeri dati.

Che significa?

Se io ho tre numeri, il mcm è, tra i tanti possibili divisori, il più piccolo.

Per calcolare il mcm si prendono i fattori comuni e non comuni, presi una sola volta con il massimo esponente.

Il modo migliore per comprendere l'enunciato è con degli esempi pratici. Proviamo ad esempio a **calcolare il minimo comune multiplo tra 20 15 30**.

Si inizia con la scomposizione in numeri primi dei tre dati da traccia. Per cui si ottiene:

20 = ?

20		2
10		2
5		5
1		

10 = ?

10		2
5		5
1		

30 = ?

30		2
15		5
3		3
1		

Come si calcola il minimo comune multiplo?

A questo punto riepilogando ottenuti scomponendo i numeri in fattori primi, usando le potenze posso scrivere:

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$15 = 5 \times 3$$

$$30 = 2 \times 5 \times 3$$

Completata la scomposizione in numeri primi, guardo ora solo i termini a destra dell'uguale, cioè i **fattori** – ti ricordiamo che si chiamano così “i numeri che sono moltiplicati tra loro”.

Seleziono i fattori contenuti anche negli altri numeri prendendoli una sola volta con l'esponente più grande:

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$30 = 2 \times 5 \times 3$$

Attenzione ai termini evidenziati!

Quali termini abbiamo cerchiato in rosso? Le regole sono semplici:

- ogni fattore va cerchiato una sola volta, ecco perché il 5 e il 3 compaiono solo una volta con il cerchietto.
- tra due fattori uguali si sceglie quello con il grado massimo – quindi tra 2 al quadrato e 2, si sceglie quello con la potenza più alta.

Se ti stai chiedendo, in tutto ciò, **come si calcola il minimo comune multiplo**, sappi che hai praticamente finito. Ti basta semplicemente moltiplicare i fattori che hai evidenziato e calcolare il risultato finale:

$$mcm = 2^2 \times 5 \times 3 = 60$$

L'esercizio è così concluso.

Esempio 1

Calcolare il minimo comune multiplo dei numeri 270, 144 e 224.

Iniziamo come sempre a scomporre in fattori primi i numeri datoci dalla traccia:

$$\begin{array}{r|l} 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 224 & 2 \\ 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 7 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

A questo punto mi scrivo in maniera più compatta i risultati ottenuti con la scomposizione in numeri primi:

$$270 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$224 = 2^5 \times 7$$

Cerchiare i fattori presi una sola volta con il massimo esponente. Dovrai così cerchiare 2 elevato a 5, 3 elevato a 2, infine 5 e 7 che compaiono senza potenze. Puoi così scrivere, per il calcolo del mcm, che:

$$mcm = 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 30240$$

Esempio 2

Quello che vi proponiamo di risolvere assieme, ora, è un esercizio con semplici **operazioni con i numeri relativi** fratti, così che sia chiaro **a che serve il minimo comune multiplo**, almeno in questa prima parte del programma:

$$+\frac{3}{12}-\frac{4}{15}+1=$$

Iniziamo calcolando il minimo comune multiplo tra i tre denominatori. **NOTA BENE**: se uno degli addendi non ha la frazione, è sottinteso che il denominatore sia 1.

$$+\frac{3}{12}-\frac{4}{15}+\frac{1}{1}=$$

Scompongono 12, 15 in numeri primi. 1 posso anche ignorarlo...

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$15 = 5 \times 3$$

$$mcm = 5 \times 3 \times 2^2 = 60$$

A questo punto risolvo la frazione inserendo un solo denominatore comune, il minimo comune multiplo appena calcolato, così da poter scrivere:

$$\frac{(60 \div 12 \times 3) - (60 \div 15 \times 4) + (60 \div 1 \times 1)}{60} =$$

$$\frac{(5 \times 3) - (4 \times 4) + (60 \times 1)}{60} =$$

$$\frac{15-16+60}{60} = + \frac{59}{60}$$

In questo esercizio in realtà la seconda frazione, cioè $\frac{3}{12}$, poteva essere semplificata: dato che $12:3=4$, avrei più comodamente scrivere al posto di $\frac{3}{12}$, la frazione $\frac{1}{4}$. Il risultato sarebbe stato comunque lo stesso, ma avrei ridotto i calcoli.

Attenzione: prova sempre a semplificare le frazioni! Ti semplificherà la vita...

Esercizi calcolo minimo comune multiplo:

$$\text{m.c.m.}(40, 20, 5)$$

$$\text{m.c.m.}(72, 24, 12)$$

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 10)$$

$$\text{m.c.m.}(12, 15, 60)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{8} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{8} - \frac{1}{4}$$